

CARACTÉRISATION MULTIFRACTALE DE LA FLUCTUATION TEMPORELLE DES DÉBITS JOURNALIERS DANS LE BASSIN VERSANT DE L'OUED ISSER (ALGÉRIE)

TAOUTI Mohamed Bachir¹, CHETTIH Mohamed¹

¹ Laboratoire de recherche en Ressources en Eau, Sols et Environnement (LRESE), Département de Génie Civil, Faculté de Technologie, Université Amar Telidji (Boulevard des Martyrs B.P. 37G, Laghouat 03000, Algérie).
E-mail: m.taouti@lagh-univ.dz; m_chettih@yahoo.fr

Résumé – Dans cette étude, nous présentons une analyse du comportement multifractal des lois d'échelles des fluctuations temporelles des séries journalières des débits mesurés dans le bassin versant de l'Oued Isser, en utilisons l'analyse multifractale de fluctuation redressée (Multifractal Detrended Fluctuation Analysis : MDFA), et ceci dans le but de mieux comprendre la complexité du régime hydrométrique dans ce bassin.

Les fonctions multifractales de fluctuation montrent un comportement commun des lois d'échelle pour toutes les séries analysées sur une large gamme d'échelles temporelles. L'analyse par la méthode MDFA des débits moyens journaliers, a conduit à des valeurs élevées de l'exposant de Hurst ($H > 0,5$), ce qui signifie un phénomène de persistance.

Les spectres de singularités indiquent l'évidence d'un degré de multifractalité élevé pour les débits dans la région d'étude. Cette multifractalité est dû principalement à la présence de propriétés de corrélation dans les séries analysées.

Les résultats de cette étude seront utiles pour la modélisation hydrologique à différentes échelles de temps, ainsi que pour la gestion des ressources en eau dans les régions semi-arides de l'Algérie Septentrionale.

Mots-Clés: Débits journaliers, Analyse multifractale, MDFA, Lois d'échelle, Exposant de Hurst, Oued Isser.

1. Introduction

La prévention du risque d'inondation et l'élaboration de différents ouvrages sur les cours d'eau, tels que les barrages et les ponts, nécessitent la connaissance du régime hydrologique du cours d'eau. Depuis ces dernières décennies, les sciences hydrologiques accordent une attention considérable à l'analyse de la fluctuation temporelle de débits des rivières, car elles sont directement liées aux inondations et à la persistance de la sécheresse.

Les séries chronologiques de débits montrent une variabilité non-linéaire complexe avec une caractéristique de non-stationnarité temporelle. Cette variabilité est reconnue comme une caractéristique fondamentale de ce champ hydrologique, et comme la difficulté principale à surmonter pour leur analyse et leur modélisation. La présence de la propriété de corrélation à long terme dans ces séries est très utile pour la prévision des débits. La première recherche sur cette propriété est menée par Hurst (1951). La conclusion de Hurst est reconnue comme le premier exemple de comportement fractal dans les séries temporelles de débits. Depuis lors, de nombreux chercheurs ont montré un grand intérêt dans la détection de la corrélation à long terme des débits (Kantelhardt et al., 2006).

Cette dépendance est décrite, dans un premier temps, par un seul exposant invariant d'échelle (appelé exposant de Hurst et noté H) qui quantifie les propriétés de corrélation dans une série temporelle (Mandelbrot et Wallis, 1969; Lovejoy, 1981; Lovejoy et Mandelbrot, 1985). Récemment, il a été réalisé qu'une description multifractale est nécessaire pour une caractérisation complète du régime hydrologique des cours d'eau. De nombreuses études ont montré le caractère multifractal avec une dépendance à long terme des débits pour différents rivières dans le monde (par exemple, Tessier et al., 1996; Pandey et al., 1998; Labat et al., 2002; Kantelhardt et al., 2006; Zhou et al., 2006).

Dans ce contexte, les hydrologues et les météorologues ont développé de nouveaux pour l'analyse de fluctuation temporelle des séries hydrométéorologiques. Peng et al. (1994) ont introduit une méthode appelée, l'analyse de fluctuation redressée (Detrended Fluctuation Analysis: DFA), qui a depuis lors, été largement utilisé pour détecter les corrélations à long

terme dans les séries chronologiques stationnaires et non-stationnaires. Cette méthode présente certains avantages par rapport aux méthodes conventionnelles (par exemple, l'analyse spectrale), il permet de détecter les corrélations à long terme dans une série chronologique non-stationnaire, et également permet d'éviter les résultats erronés qui sont causés par la non-stationnarité des séries analysées. La méthode DFA a été appliquée avec succès dans divers domaines de recherche. Dans le domaine de l'hydrologie, on peut citer Labat et al. (2011) qui ont appliqué cette méthode pour l'analyse des séries de débits de deux bassins karstiques dans le sud de la France, ils montrent l'existence d'une propriété de corrélation à long terme pour les petites échelles de temps. Hirpa et al. (2010) ont fait une analyse comparative des corrélations à long terme de fluctuation de débits de 14 stations hydrométriques dans le bassin versant de la rivière Flint (Sud-Est des États-Unis), ils ont constaté que la superficie du bassin versant est un facteur important dans l'analyse de la corrélation à long terme des débits.

La méthode de l'analyse multifractale de fluctuation redressée (Multifractal Detrended Fluctuation Analysis : MDFA) proposée par Kantelhardt et al. (2002) est une version modifiée de la méthode DFA, est développée pour détecter la présence de propriétés multifractales dans les séries temporelles. Cette méthode permet de faire une caractérisation multifractale fiable pour les séries non-stationnaires telles que les phénomènes géophysiques (Zhang et al., 2008). Il est maintenant connu que les multifractals est le cadre le plus approprié pour les champs invariant d'échelle qui peut fournir une approche alternative aux approches traditionnelles pour analyser et modéliser divers processus géophysiques (Pandey et al., 1998). En hydrologie, l'analyse par la méthode MDFA des mesures de débits a montré un caractère multifractal avec une propriété de corrélation à long terme (Kantelhardt et al. (2006). Ces analyses ont été retrouvées par plusieurs auteurs qui ont analysé des séries provenant de différentes régions climatiques: de la région de la mousson en Chine (Zhang et al., 2008) aux régions tempérées dans les bassins Amazoniens en Brésil (Rego et al., 2013).

Dans cette optique, et suite aux récentes catastrophes survenues en Algérie (Inondation de Bab El Oued, Novembre 2001), nous proposons une analyse par la méthode MDFA des débits moyens journaliers. Cette analyse consiste à explorer le comportement complexe des débits dans le bassin versant de l'Oued Isser (Centre-Nord Algérien) sur une grande gamme d'échelles temporelles. Théoriquement, ce travail peut nous aider à mieux comprendre les mécanismes linéaires et non-linéaires de cycle de l'eau dans ce bassin, pratiquement, il peut aussi aider dans le développement de modèles hydrologiques et surtout en ce qui concerne la relation pluie-débit.

2. Région d'étude et données utilisées

Le bassin versant d'Oued Isser a été choisi dans cette étude afin de mettre en évidence la situation hydrométrique au niveau de ce bassin, vu l'importance que requiert cette région de l'Algérie vis à vis l'existence des ouvrages hydrauliques qui alimentent la capitale en eau potable et l'importance de l'érosion dans cette région.

2.1. Présentation du bassin versant de l'Oued Isser

Le bassin versant de l'Oued Isser est situé dans le nord Algérien, limité au Nord par la mer Méditerranée, au Sud par les bassins de Chott el Hodna et Cheliff, à l'Est par le bassin de la Soummam, à l'Ouest par le bassin côtiers Algérois, comme le montre la figure (1).

Ce bassin versant occupe une superficie de 4158 km². Il présente une forme allongée sur l'axe Sud-Ouest: Ain Boucif/Beni Slimane, et Nord-Est: mer Méditerrané (Larfi et Remini, 2006). Le bassin est de type montagneux, se trouve à une altitude moyenne de 750 m.

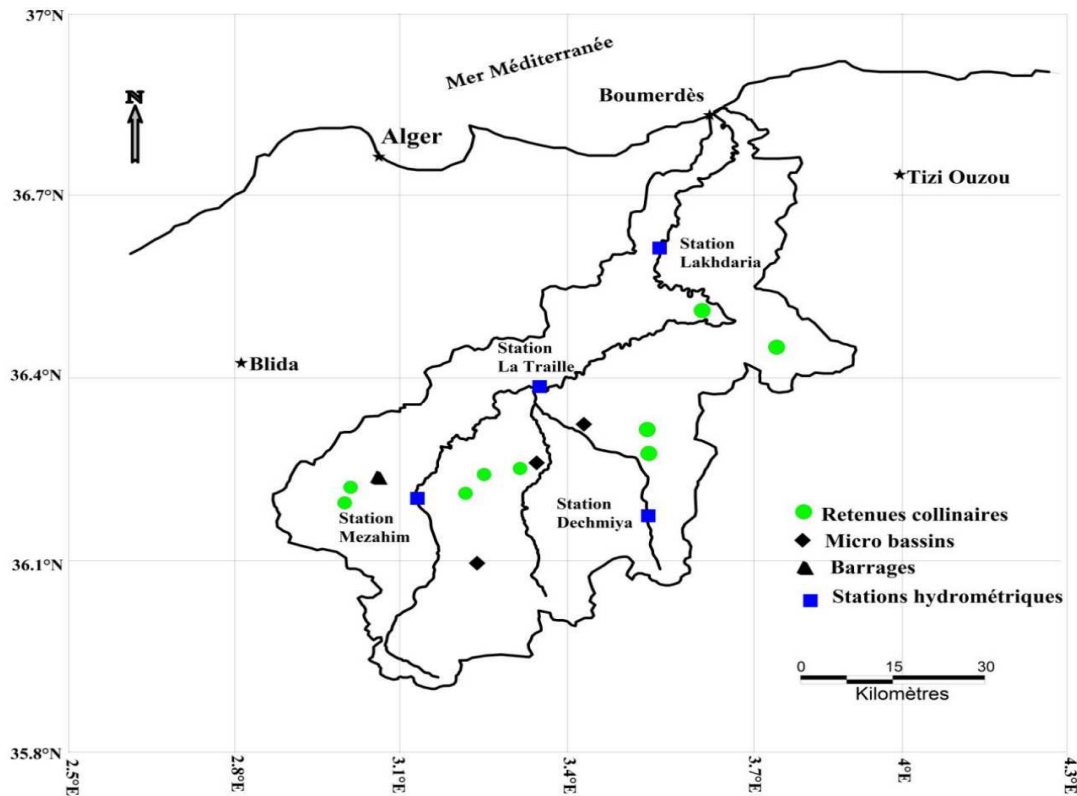


Fig. 1. Plan de situation du bassin versant de l'Oued Isser.

L'altitude à l'exutoire, où se situe la station de Lakhdaria, est de 90 m. Du Nord vers le Sud, le relief prend de l'ampleur où l'on note une côte maximale de 1810 m.

Le cours d'eau principal parcourt une distance de 98,2 km. En relation avec le contexte géologique et structural, on distingue le Haut et Moyen Isser d'une part, et le Bas Isser d'autre part. Le haut Isser est drainé par deux principaux cours d'eau, l'Oued Mellah et l'Oued Isser. L'Oued Isser est formé par la réunion de l'Oued El Hammam issu de calcaires marneux de crétacé inférieur de Berroughia et de l'Oued Mellah qui draine 1/3 de la superficie de ce bassin. Le moyen Isser est drainé par les Oueds: Djemaa à l'Est, Bou-Hammoud à l'Ouest, Isser au milieu. Le bas Isser est traversé par l'Oued Isser et quelques affluents à l'Est et à l'Ouest de celui-ci.

2.2. Données hydrométriques

Nous nous intéressons par cette étude aux données hydrométriques dans le bassin versant de l'Oued Isser. Ces dernières sont celles issues de la banque de données de l'Agence Nationale des Ressources Hydrauliques (A.N.R.H.), organisme responsable du réseau hydropluviométrique en Algérie.

Nous disposons sur ce bassin trois (03) stations hydrométriques, représentant les trois grands sous-bassins: bas, moyen et haut Isser. Les principales caractéristiques de ces stations sont résumées dans le tableau (1), l'emplacement géographique de ces stations hydrométriques est illustré dans la figure (2).

Les données retenues pour cette étude, correspondent à des débits moyens journaliers, sur une période recouvrant entre 11 ans à 19 ans: de 1986 (pour la station de Beni Slimane), et de 1969 (pour la station de La Traille) à 1982 (pour la station de Lakhdaria). La qualité des séries de débits est contrôlée par l'A.N.R.H.

Tableau 1. Caractéristiques des stations hydrométriques sélectionnées.

Code ANRH	Station	Oued	Coordonnées Lambert			Superficie (km ²)	Année de mise en service
			X (km)	Y (km)	Z (m)		
09.03.05	Beni Slimane	Mellah Est	557,55	322,25	660	273	1973
09.04.08	La Traille	Isser	559,25	343,25	370	2570	1968
09.05.01	Lakhdaria	Isser	579,10	368,75	90	3620	1954

3. Description de la méthode utilisée

Dans cette étude, ont fait une caractérisation multifractale des débits moyens journaliers au niveau du bassin versant de l'Oued Isser, en utilisant la méthode de l'analyse multifractale de fluctuation redressée MDFA. Cette méthode est un nouveau outil d'analyse utilisé pour la caractérisation des propriétés multifractales adaptée aux séries non-stationnaires (Kantelhardt et al., 2002).

La méthode MDFA est une généralisation de méthode de l'analyse de fluctuation redressée DFA, qui a été introduit par Peng et al. (1994). Cette méthode est devenue largement utilisée pour l'analyse de propriétés multifractales de séries chronologiques, et propose des outils efficaces pour l'estimation du spectre multifractal (Yuan et al., 2014).

Comme elle a été illustrée dans Kantelhardt et al. (2002), la méthode MDFA est basée sur l'identification de l'invariance d'échelle des moments d'ordre q de la série temporelle qui peut être non stationnaire. La procédure de calcul détaillée est illustrée en cinq (05) étapes, dont les trois premières étapes sont identiques à celles de la méthode DFA. Supposons que x_i est une série temporelle de longueur N ($i=1, \dots, N$) :

- *étape 1.* On intègre la série, par le calcul du profil :

$$Y_i = \sum_{k=1}^N [x_k - \langle x \rangle] \quad i = 1, \dots, N \quad (1)$$

- *étape 2.* Les profils Y_i est découpés en $2N_s$ [$N_s = \text{int}(N/s)$] trajectoires de même longueur s ;
- *étape 3.* Sur chaque morceau de trajectoires on fait un ajustement par régression linéaire, représentant la tendance de chaque morceau. La série intégrée est ensuite redressée en retranchant la tendance locale $y_v(i)$, dans chaque trajectoire. L'analyse porte donc sur les résidus de la régression. Pour une longueur de trajectoire donnée, la grandeur caractéristique des fluctuations pour cette série intégrée et redressée est calculée par :

$$F^2(s, v) = \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s \{y[(v-1)s+i] - y_v(i)\}^2 \quad (2)$$

pour chaque segment: $v=1, \dots, N_s$, et :

$$F^2(s, v) = \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s \{y[N - (v - N_s)s + i] - y_v(i)\}^2 \quad (3)$$

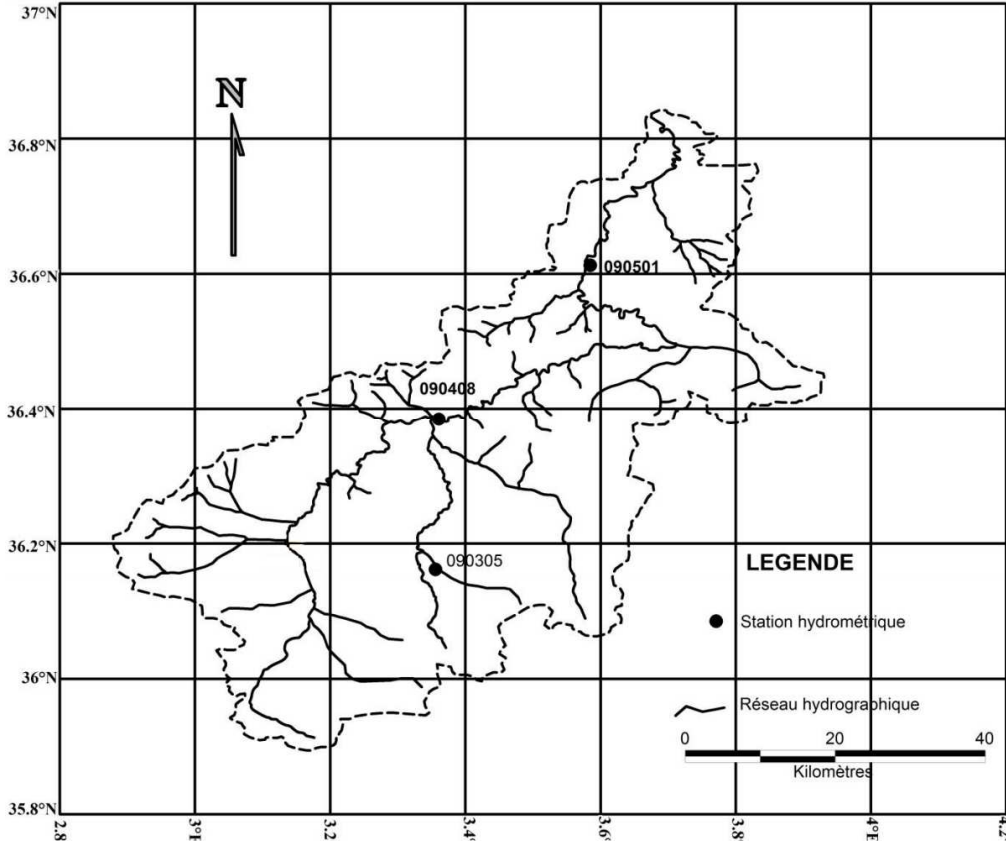


Fig. 2. L'emplacement des stations hydrométrique au niveau du bassin versant de l'Oued Isser.

pour chaque segment: $v = N_s + 1, \dots, 2N_s$.

Cette grandeur est considérée comme une variance, calculée par rapport à la moyenne redressée.

- **étape 4.** On calcul la moyenne pour tous les segments pour calculer l'ordre q de la fonction de fluctuation par la relation :

$$F_q(s) = \left[\frac{1}{2N_s} \sum_{v=1}^{2N_s} \left\{ F^2(s, v)^{\frac{q}{2}} \right\} \right]^{\frac{1}{q}} \quad \text{avec, } q \neq 0 \quad (4)$$

pour estimer $F_0(s)$, on utilise la formule :

$$F_0(s) = \exp \left[\frac{1}{4N_s} \sum_{v=1}^{2N_s} \ln \{ F^2(s, v) \} \right] \quad (5)$$

- **étape 5.** On détermine le comportement de l'invariance d'échelle des fonctions de fluctuation par l'analyse de la relation de type puissance suivante :

$$F_q(s) \propto s^{h(q)} \quad (6)$$

avec $h(q)$ c'est l'exposant de Hurst généralisé, est obtenu comme étant la pente de la droite de régression linéaire de $F_q(s)$ en fonction de s dans un échelle bi-logarithmique.

Pour la méthode standard DFA, on applique les mêmes procédures pour une valeur $q=2$, et l'exposant $h(2)$ peut être considéré comme une estimation de l'exposant de Hurst H (Zhang *et al.*, 2009).

Si la série analysée a une propriété de corrélation à long terme, $F_q(s)$ varie en fonction de s suivant une loi de puissance (Kantelhardt *et al.*, 2002).

Il est bien connu que pour les processus aléatoires, l'exposant H égal à 0,5. Des valeurs de H comprises entre 0,5 et 1 indiquent une corrélation à long terme (phénomène de persistance). Les valeurs de H varies entre 0 et 0,5 signifie l'anti-persistance et indique un degré de corrélation faible dans la série analysée (Hurst, 1951).

En général, $h(q)$ varie en fonction de q . Lorsque la série temporelle est monofractal, l'exposant $h(q)$ sera un coefficient constant, indépendant de q , et si la série analysée a un caractère multifractal, il existe une dépendance significative entre $h(q)$ et q (Reza Rakhshandehroo et Mehrab Amiri, 2012).

La relation entre l'exposant de Hurst généralisé $h(q)$ et la fonction d'échelle $\tau(q)$ est la suivante :

$$\tau(q) = qh(q) - 1 \quad (7)$$

Le spectre de singularités $f(\alpha)$ est un autre indice utilisé pour quantifier la multifractalité dans une série temporelle, qui peut être obtenu à partir de $\tau(q)$ par la transformation de Legendre (Feder, 1988; Peitgen *et al.*, 1992) :

$$\begin{cases} \alpha = \tau'(q) \\ f(\alpha) = q\alpha - \tau(q) \end{cases} \quad (8)$$

avec, α est l'exposant de Hölder représentant la longueur de la singularité dans la série.

En utilisant l'équation (7), nous pouvons rapporter directement $f(\alpha)$ et α à $h(q)$:

$$\begin{cases} \alpha = h(q) + qh'(q) \\ f(\alpha) = q[\alpha - h(q)] + 1 \end{cases} \quad (9)$$

La largeur du spectre $\Delta\alpha$ caractérise la force des effets de multifractalité dans la série analysée. Cette largeur est calculée comme étant la différence entre le maximum et le minimum singularités détectées $\Delta\alpha = \alpha_{max} - \alpha_{min}$, avec $f(\alpha) \rightarrow 0$ pour $\alpha \rightarrow \alpha_{min}$ et $\alpha \rightarrow \alpha_{max}$. Pour les données monofractales, le spectre de singularités sera représenté par un point unique, et les deux fonctions $\tau(q)$ et $h(q)$ sont linéaires (Kantelhardt *et al.*, 2002).

La méthode MDFA a été appliquée avec succès dans la caractérisation multifractale et l'analyse des propriétés de corrélation dans les séries temporelle de débits (Zhang *et al.*, 2008).

4. Résultats et discussion

Avant de procéder à une analyse par la méthode MDFA, il est indispensable de voir la répartition temporelle des séries à étudier. Les variations temporelles de débits dans les trois stations sont présentées dans la figure (3).

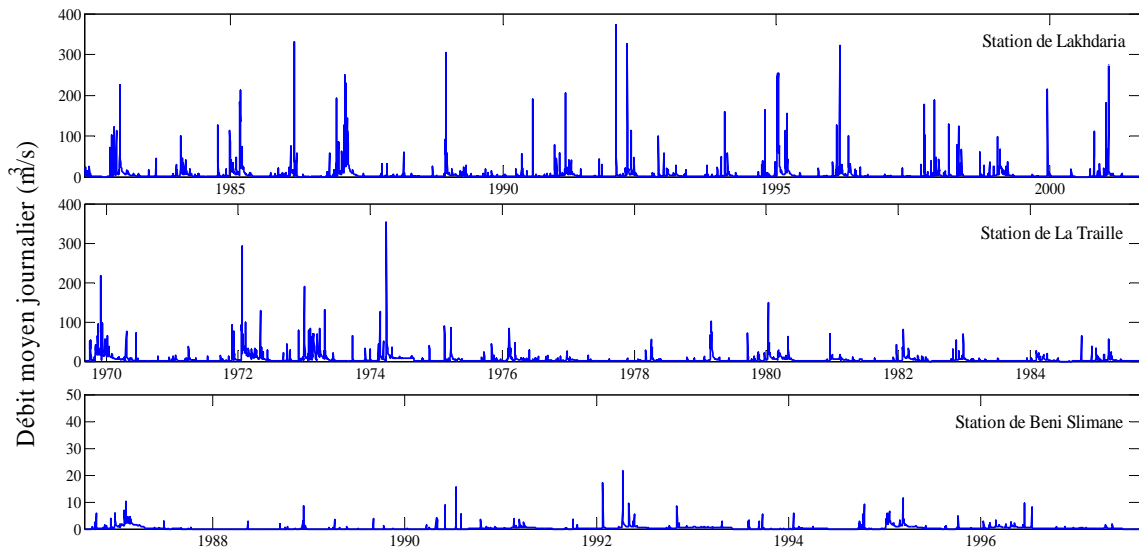


Fig. 3. Débits moyens journaliers mesurés aux stations hydrométriques de Lakhdaria, La Traille et de Beni Slimane.

On remarque sur ces figures une répartition temporelle assez irrégulière. La variation journalière de l'écoulement fluvial à la station de Lakhdaria est relativement stable, tandis que les débits aux stations de La Traille et Beni Slimane varient beaucoup avec de nombreux pics de crue et des valeurs nulles de débit.

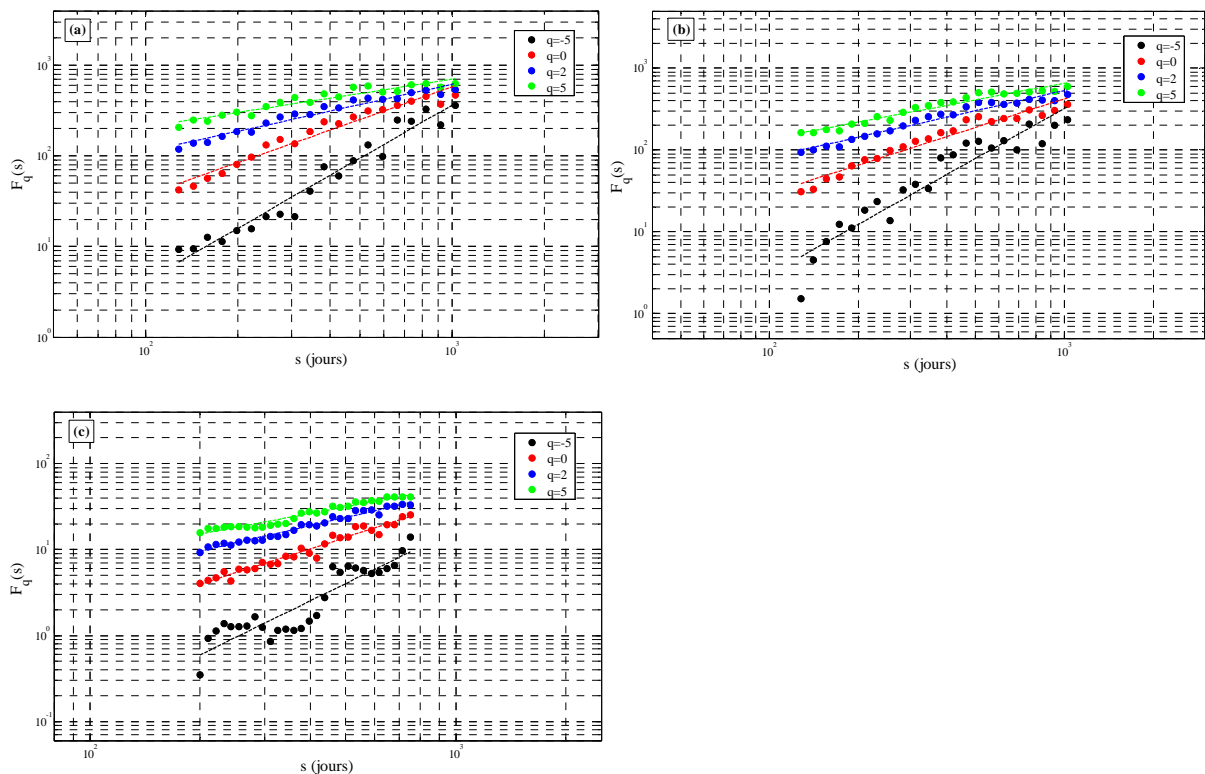


Fig. 4. Fonctions de fluctuation $F_q(s)$ pour $q=-5$, $q=0$, $q=2$ et $q=5$, obtenues pour les débits moyens journaliers mesurés aux stations de: (a) Lakhdaria, (b) La Traille et (c) Beni Slimane.

Afin d'analyser les fluctuations temporelles des débits moyens journaliers dans le bassin versant de l'Oued Isser, la méthode MDFA est appliquée pour calculer les fonctions de fluctuation $F_q(s)$. Les courbes de ces fonctions sont représentées sur la Figure (4), pour les valeurs de $q=-5$, $q=0$, $q=2$ et $q=5$.

Nous sommes seulement intéressés par le comportement linéaire de $F_q(s)$ sur une grande gamme d'échelle temporelle, où la loi de puissance est valide, pour les valeurs de s variant entre 128 à 1024 jours pour les stations de Lakhdaria et La Traïlle, et de 200 à 750 jours pour la station de Beni Slimane. On peut voir clairement une augmentation des pentes de fonctions de fluctuation $F_q(s)$ en passant de moments positifs vers les moments négatifs (à partir du haut vers le bas).

En basant sur l'équation (6) on peut calculer les valeurs de l'exposant de Hurst généralisé $h(q)$ pour q varie entre -5 à 5. On peut remarquer sur les courbes de la figure (5), que les valeurs de $h(q)$ ne sont pas constantes, et diminuent d'une façon non linéaire avec l'augmentation de q pour toutes les séries analysées.

Pour $q=2$, $h(q)=0,742$, $h(q)=0,813$ et $h(q)=0,987$ pour les stations de Lakhdaria, La Traïlle et Beni Slimane respectivement. Ces valeurs de l'exposant de Hurst sont supérieures à 0,5, ce qui indique que les débits analysés ont des caractéristiques de corrélation à long terme. Ces résultats sont en accord avec ceux obtenus par Taouti (2012), qui trouve des valeurs similaires de l'exposant de Hurst calculées par la méthode de l'analyse R/S pour trente (30) stations hydrométriques en Algérie septentrionale.

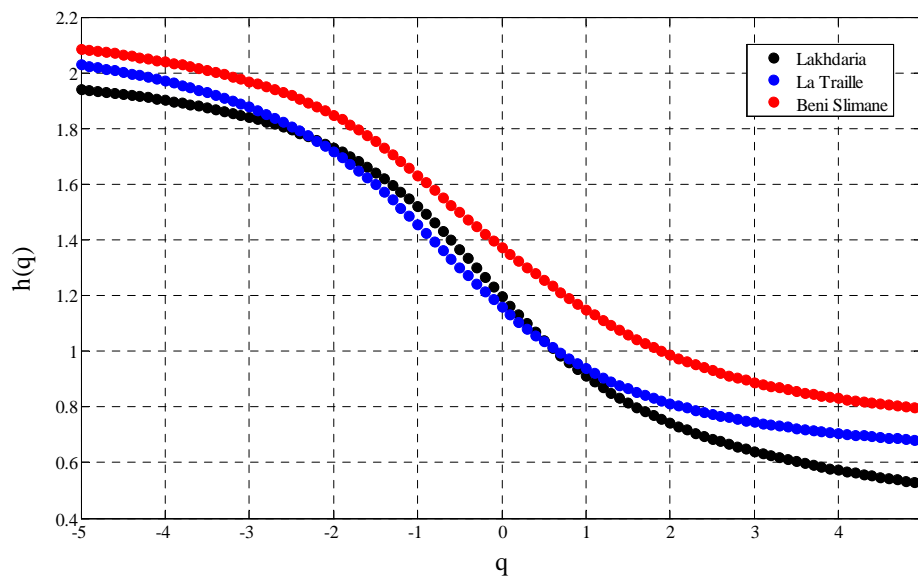


Fig. 5. Fonctions d'exposant de Hurst généralisé pour $-5 \leq q \leq 5$, obtenues pour les débits moyens journaliers mesurés aux stations hydrométrique de bassin versant de l'Oued Isser.

La figure (6) présente la variation des fonctions d'échelle $\tau(q)$ en fonction de q pour les séries analysées. La forme non linéaire des fonctions $\tau(q)$ signifie la présence de propriété d'invariance d'échelle multiple, et le degré de cette non-linéarité met en évidence la nature multifractale des débits analysés. Les courbes des fonctions $\tau(q)$ sont superposées sur elles, indiquant un degré de multifractalité similaire pour les débits dans le bassin versant de l'Oued Isser.

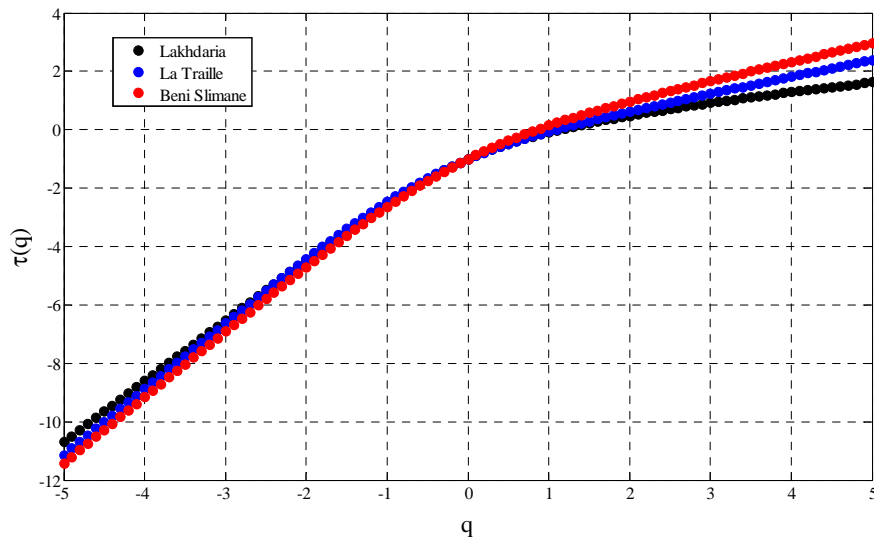


Fig. 6. Fonctions d'échelle $\tau(q)$ pour $-5 \leq q \leq 5$, obtenues pour les débits moyens journaliers mesurés aux stations hydrométrique de bassin versant de l'Oued Isser.

Les spectres de singularités $f(\alpha)$ obtenus par la relation (8) sont représentés sur la figure (7). Tous les spectres présentent la forme d'une courbe parabolique (forme concave), indiquant la structure multifractale des séries de débits. Afin de caractériser et de comparer le degré de la multifractalité pour toutes les séries analysées, nous utilisons comme paramètre la largeur du spectre $\Delta\alpha$. Ces spectres obtenus par transformation de Legendre ont des valeurs $\Delta\alpha=1,78$ pour la station de Lakhdaria, $\Delta\alpha= 1,69$ pour la station de La traille et $\Delta\alpha= 1,63$ pour la station de Beni Slimane. Ces valeurs élevées de $\Delta\alpha$ révèle le contenu multifractal des signaux analysés. On peut voir une diminution des valeurs de $\Delta\alpha$ par rapport à l'augmentation de l'altitude d'emplacement des stations hydrométriques. Cette conclusion montre la forte complexité des fluctuations de débits à l'exutoire du bassin de l'Oued Isser (représenté par la station de Lakhdaria) par rapport aux stations situées en amont du bassin (représentés par les stations de La Traille et de Beni Slimane).

On remarque sur les spectres de singularités des valeurs de l'exposant de Hölder supérieures à 0,50, cette remarque à bien soutenir la conclusion trouvé précédemment concernant la présence de propriété de persistance dans les séries de débits analysés.

5. Conclusion

Dans cette étude, on a fait une analyse du comportement multifractal de l'invariance d'échelle de trois (03) séries temporelles de débits moyens journaliers mesurés dans le bassin versant de l'Oued Isser, en utilisant la méthode de l'analyse multifractale de fluctuation redressée MDFA. Dans tous les cas traités, nous avons bien mis en évidence le caractère multifractal des fluctuations temporelles des débits dans ce bassin. Ces fluctuations ont une propriété d'invariance d'échelle sur une grande gamme d'échelles temporelles, avec une corrélation à long terme.

La forte dépendance des fonctions $h(q)$ et $\tau(q)$ aux valeurs croissantes de q , indique que les séries analysées ont un comportement multifractal. Les valeurs rapprochées de $\Delta\alpha$ calculées pour les trois (03) séries hydrométriques indiquent *un comportement multifractal universel* des débits dans le bassin versant de l'Oued Isser. Par conséquent, nous pouvons conclure que la multifractalité des débits dans ce bassin est principalement due aux propriétés de corrélation à long terme présentées dans la structure temporelle des séries analysées.

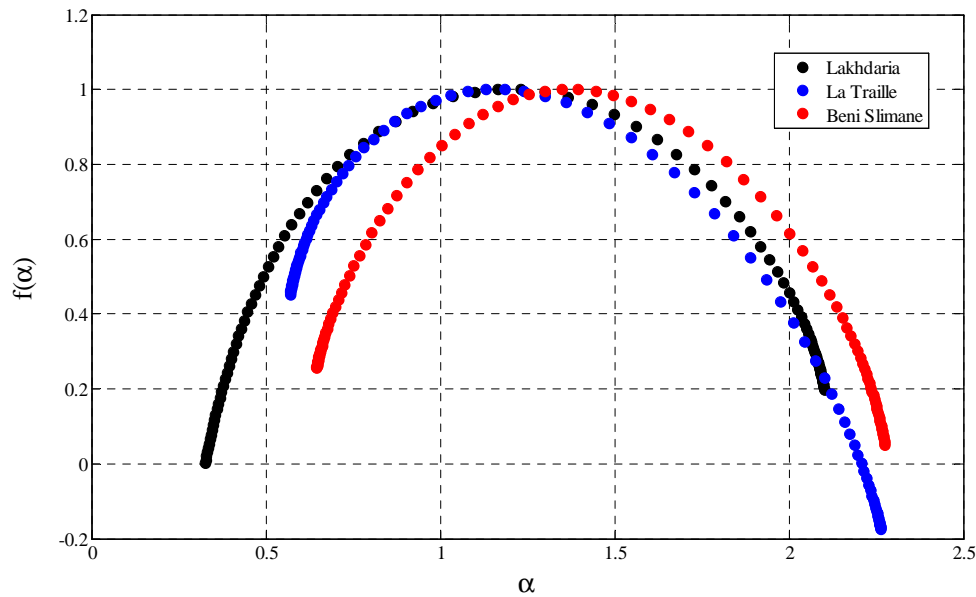


Fig. 7. Spectres de singularités $f(\alpha)$ calculés pour les débits moyens journaliers mesurés aux stations hydrométrique de bassin versant de l'Oued Isser.

En définitive, cette analyse nous a permis une meilleure compréhension des propriétés statistiques (exposants invariant d'échelle, largeur du spectre multifractal) des débits en termes de paramètres multifractals, d'où son importance pour la prévision des fluctuations temporelles de débits des cours d'eau, et pour une meilleure gestion des ressources en eau en Algérie.

Références bibliographiques

- Feder, J.**, 1988. *Fractals*. Plenum press, New York.
- Hirpa, F.A., et al.**, 2010. River flow fluctuation analysis: Effect of watershed area. *Water Resources Research*, 46(12), W12529.
- Hurst, H.E.**, 1951. Long-term storage capacity of reservoirs. *Transactions of the American Society of Civil Engineers*. 116, 770–808.
- Kantelhardt, J.W., et al.**, 2002. Multifractal detrended fluctuation analysis of non-stationary time series. *Physica A*, 316, 87–114.
- Kantelhardt, J.W., et al.**, 2006. Long-term persistence and multifractality of precipitation and river runoff records. *Journal of Geophysical Research*, 111, D01106.
- Labat, D., et al.**, 2002. Rainfall-runoff relations for karstic springs: Multifractal analysis. *Journal of Hydrology*, 256, 176–195.
- Labat, D., et al.**, 2011. Scaling behavior of the fluctuations in stream flow at the outlet of karstic watersheds, France. *Journal of Hydrology*, 410, 162–168.
- Larfi, B. et Remini, B.**, 2006. Le transport solide dans le bassin versant de l'Oued Isser: Impact sur l'envasement du barrage de Beni Amrane (Algérie). *Larhyss Journal*, 5, 63–73.
- Lovejoy, S.**, 1981. Analysis of rain areas in terms of fractals, dans *20th Conference on Radar Meteorology*. American Meteorological Society, Boston, 476–483.
- Lovejoy, S. et Mandelbrot, B.**, 1985. Fractal properties of rain and a fractal model. *Tellus*, 37A, 209–232.

- Mandelbrot, B. et Wallis, J.R.**, 1969. Some long run properties of geophysical records. *Water Resources Research*, 5(2), 321–340.
- Pandey, G., et al.**, 1998. Multifractal analysis of daily river flows including extremes for basins five to two million square kilometers, one day to 75 years. *Journal of Hydrology*, 208, 62–81.
- Peitgen, H.O., et al.**, 1992. Chaos and Fractals. *Springer-Verlag*, New York.
- Peng, C.K., et al.**, 1994. Mosaic organization of DNA nucleotides. *Physical Review E*, 49, 1685–1689.
- Rego, C., et al.**, 2013. Multifractality of Brazilian rivers. *Journal of Hydrology*, 495, 208–215.
- Reza Rakhshandehroo, G. et Mehrab Amiri, S.**, 2012. Evaluating fractal behavior in groundwater level fluctuations time series. *Journal of Hydrology*, 464–464, 550–556
- Taouti, M.B.**, 2012. Analyses fractale et multifractale des précipitations et des débits en Algérie septentrionale. Mémoire de Magister, *Université Amar Telidji*, Laghouat, 95.
- Tessier, Y., et al.**, 1996. Multifractal analysis and modeling of rainfall and river flows and scaling, causal transfer functions. *Journal of Geophysical Research*, 101(D21), 427–440.
- Yuan, X., et al.**, 2014. Multiscaling analysis of monthly runoff series using improved MF-DFA approach. *Water Resources Management*, 28, 3891–3903.
- Zhang, Q., et al.**, 2008. Multifractal detrended fluctuation analysis of streamflow series of the Yangtze river basin, China. *Hydrological Processes*, 22, 4997–5003.
- Zhang, Q., et al.**, 2009. Multifractal analysis of streamflow records of the East river basin (Pearl river), China. *Physica A*, 388, 927–934.
- Zhou, X., et al.**, 2006. Multifractal scaling of daily runoff time series in agricultural watershed. *Journal of the American Water Resources Association*, 42, 1659–1670.